

Προτείνοντας δύο υποερωτήματα...

Σαν συνέχεια της ανάρτησης «[ψάχνοντας ένα ερώτημα](#).» ας δούμε δύο υποερωτήματα για τα θέματα Γ και Δ των τελευταίων εξετάσεων, με τα οποία θα μπορούσαμε να έχουμε καλύτερη κλιμάκωση, αλλά κυρίως καλύτερη αξιολόγηση των υποψηφίων.

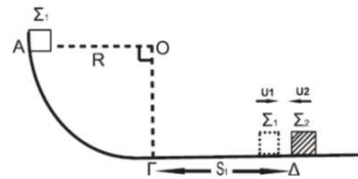
Τα φετινά θέματα από [εδώ](#) και οι απαντήσεις [εδώ](#).

Επιλέγω να μην αλλάξω το φυσικό περιβάλλον των ασκήσεων, αφήνοντας το βασικό «story» κάθε άσκησης, χωρίς να σημαίνει ότι προσωπικά θα πρότεινα κάτι ανάλογο.

Θέμα Γ.

Σώμα Σ_1 μάζας m_1 βρίσκεται στο σημείο Α λείου κατακόρυφου....

C₄: Θεωρώντας την προς τα δεξιά κατεύθυνση ως θετική και το συντελεστή μεταξύ του Σ_2 και του επιπέδου επίσης $\mu=0,5$, να βρεθούν η ορμή και ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του συστήματος των σωμάτων Σ_1 - Σ_2 , ένα δευτερόλεπτο μετά την κρούση.

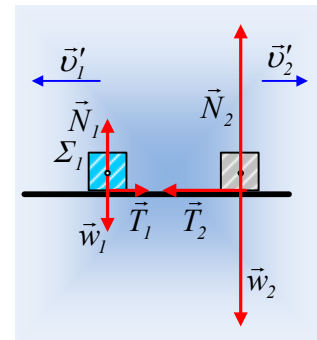


Απάντηση:

Στα προηγούμενα είχαμε βρει ότι οι ταχύτητες μετά την κρούση ήταν $v_1' = -10 \text{ m/s}$ και $v_2' = 2 \text{ m/s}$, ενώ στα σώματα ασκούνται δυνάμεις τριβής ολίσθησης, με κατευθύνσεις, όπως στο σχήμα, με μέτρα $T_1 = \mu m_1 g = 0,5 \cdot 1 \cdot 10 \text{ N} = 5 \text{ N}$ και $T_2 = \mu m_2 g = 0,5 \cdot 3 \cdot 10 \text{ N} = 15 \text{ N}$.

Αλλά τότε τα σώματα αποκτούν επιταχύνσεις με αλγεβρικές τιμές:

$$a_1 = \frac{T_1}{m_1} = +5 \text{ m/s}^2 \quad \text{και} \quad a_2 = \frac{T_2}{m_2} = -5 \text{ m/s}^2$$



Έτσι τα σώματα εκτελούν ευθύγραμμες ομαλά μεταβαλλόμενες (επιβραδυνόμενες) κινήσεις, για τις οποίες ισχύουν (θεωρούμε $t=0$ τη στιγμή που ολοκληρώθηκε η κρούση):

$$v_1 = v_1' + a_1 t \quad \text{και} \quad v_2 = v_2' + a_2 t$$

Με αντικατάσταση και θέτοντας $v_1=0$ και $v_2=0$, βρίσκουμε πότε τα σώματα ακινητοποιούνται:

$$0 = -10 + 5t_1 \rightarrow t_1 = 2 \text{ s} \quad \text{και} \quad 0 = 2 - 5t_2 \rightarrow t_2 = 0,4 \text{ s}$$

Έτσι τη στιγμή $t' = 1 \text{ s}$ το σώμα Σ_2 έχει ακινητοποιηθεί, ενώ το Σ_1 κινείται, έχοντας ταχύτητα:

$$v_1 = v_1' + a_1 t = (-10 + 5 \cdot 1) \text{ m/s} = -5 \text{ m/s}$$

Με αποτέλεσμα η συνολική ορμή του συστήματος, ίση με την ορμή του Σ_1 έχει τιμή

$$\vec{P}_1 = m \vec{v}_1 \rightarrow P_1 = 1 \cdot (-5) \text{ kgm/s} = -5 \text{ kgm/s}$$

Το (-) σημαίνει ότι η ορμή έχει φορά προς τα αριστερά.

Εξάλλου, αφού το Σ_2 είναι ακίνητο, η τριβή T_2 έχει πια μηδενιστεί και δεν μεταβάλλεται η ορμή του, ενώ για το Σ_1 :

$$\frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} = \Sigma \vec{F} = \vec{T}_1 \rightarrow \frac{\Delta P}{\Delta t} = +5 \text{kgm} / \text{s}^2.$$

Αυτός είναι και ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του συστήματος με κατεύθυνση προς τα δεξιά.

Σχόλια:

- i) Κάποιος θα μπορούσε να δουλέψει με μέτρα των μεγεθών και απλά στο τέλος να εξηγήσει τι γίνεται με τις κατευθύνσεις των ζητούμενων μεγεθών.
- ii) Ένα τέτοιο ερώτημα, δεν ανοίγει καμιά νέα «επιχείρηση» ασκησιολογίας, αφού δεν έχει τίποτα το πρωτότυπο, απλά δείχνει κατά πόσο ο μαθητής μπορεί να δουλέψει, χωρίς να χαθεί στα πρόσημα και χωρίς να δουλέψει τυπικά (σκεφτείτε πόσοι μαθητές θα μπορούσαν να βρουν την ταχύτητα του Σ_2 $v_2=2-5t=-3\text{m/s}$ και να μην καταλάβουν ότι στο μεταξύ έχει σταματήσει).
- iii) Εναλλακτικά θα μπορούσε το ερώτημα να αναφέρεται για μια στιγμή αμέσως μετά την κρούση, οπότε θα είχε ορμή και το Σ_2 , χωρίς να χρειαζόταν η εύρεση των νέων ταχυτήτων. Τότε το σημείο που θα ήθελε προσοχή θα ήταν ο συνολικός ρυθμός μεταβολής της ορμής...

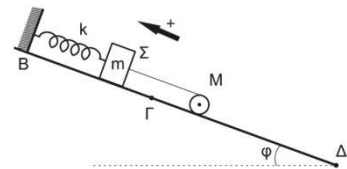
Θέμα Δ

Σώμα Σ , μάζας $m=1\text{kg}$, είναι δεμένο στο κάτω άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=100\text{N/m}$...

C_3 : Να υπολογίσετε το μέτρο της στροφορμής ως προς τον άξονα περιστροφής του και το ρυθμό μεταβολής της κινητικής

ενέργειας του κυλίνδρου, όταν θα έχει διαγράψει $N=\frac{12}{\pi}$ περιστροφές κατά την κίνηση του στο κεκλιμένο επίπεδο. (απλά ένωση των ερωτημάτων C_3 και C_4)

C_4 : Να υπολογιστεί η απόσταση μεταξύ των κέντρων μάζας των δύο σωμάτων τη στιγμή $t_1=\frac{7\pi}{30}\text{s}$, αν η απόστασή τους τη στιγμή που κόβεται το νήμα είναι $d_0=26,5\text{cm}$.



Απάντηση:

Στα προηγούμενα ερωτήματα είχαμε βρει ότι το σώμα Σ εκτελεί ΑΑΤ με εξίσωση:

$$x = 0,05 \cdot \eta\mu \left(10t + \frac{3\pi}{2} \right), \text{ ενώ ο κύλινδρος κυλιέται με } a_{\text{cm}} = 10/3 \text{m/s}^2.$$

Αλλά τότε τη στιγμή t_1 το Σ_1 βρίσκεται στη θέση:

$$x_1 = 0,05 \cdot \eta\mu \left(10 \cdot \frac{7\pi}{30} + \frac{3\pi}{2} \right) = 0,05 \cdot \eta\mu \left(3\pi + \frac{5\pi}{6} \right) = -0,025\text{m} = -2,5\text{cm}$$

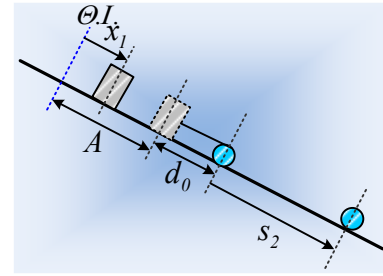
Ενώ ο κύλινδρος έχει κατέβει κατά:

$$s = \frac{1}{2} a_{cm} t_1^2 = \frac{1}{2} \frac{10}{3} \left(\frac{7\pi}{30} \right)^2 m \approx 0,91m$$

Αλλά τότε, με βάση το σχήμα, η απόσταση των δύο σωμάτων είναι ίση:

$$d = s_2 + d_0 + (A - |x_1|) \rightarrow$$

$$d = 91cm + 26,5cm + (5 - 2,5)cm = 120cm = 1,2m$$



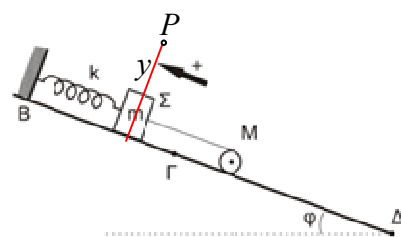
Σχόλια.

- i) Το ερώτημα, δεν εισάγει καμιά ανάγκη διδασκαλίας «νέας ύλης», ούτε τη λύση περισσότερων ασκήσεων προετοιμασίας. Εξετάζει απλά πόσο ο μαθητής έχει ξεκαθαρίσει τη διαφορά του x (απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας) που χρησιμοποιεί στις ταλαντώσεις, από τη μετατόπιση (x) της A' Λυκείου. Λέτε συνάδελφοι ότι το θέμα είναι λυμένο για όλους τους μαθητές; Νομίζω ότι αρκετοί μαθητές θα πρόσθεταν απλά το $x = -2,5cm$ (ουσιαστικά αφαιρώντας) ή θα παίρνανε απλά το μέτρο του, χωρίς να ξέρουν γιατί το κάνουν... Και βρίσκοντας και το ίδιο αποτέλεσμα, θα ήταν και ευχαριστημένοι ότι το έλυσαν σωστά...
- ii) Εξετάζει απλά αν μπορεί ο υποψήφιος να αναλύσει την κατάσταση, φτιάχνοντας και ένα σχήμα, όπως το παραπάνω, με βάση το οποίο να απαντήσει.
- iii) Αν δεν μας ικανοποιεί το ερώτημα, υπάρχει και εναλλακτική πρόταση:

Εναλλακτικά:

C_4 : Το σημείο P , βρίσκεται στην κάθετη στο επίπεδο, η οποία περνά από την αρχική θέση ισορροπίας του σώματος Σ , απέχοντας κατά $y = 0,5m$ από το επίπεδο.

Να βρεθεί η συνολική ροπή των δυνάμεων που ασκούνται στον κύλινδρο, ως προς το P , τη στιγμή $t = 3s$. (Μονάδες 5). Τι εκφράζει η παραπάνω ροπή; (μονάδα 1).



Σχόλιο:

Στην περίπτωση αυτή, καλείται ο υποψήφιος να αποδείξει ότι μπορεί να υπολογίζει ροπές, ξεχωρίζοντας ότι δεν χρειάζεται να υπολογίσει τις ροπές της w_y και της N , οπότε δεν χρειάζεται να βρει και τη μετατόπιση του κυλίνδρου.

Μένουν μόνο οι ροπές της τριβής και της w_x με μοχλοβραχίονες y και $y-R$. Θα το κάνει;

Τέλος η 1 μονάδα παραπέμπει στην συνολική στροφορμή και στο ρυθμό μεταβολής της....

dmargaris@gmail.com