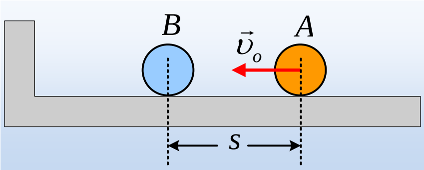
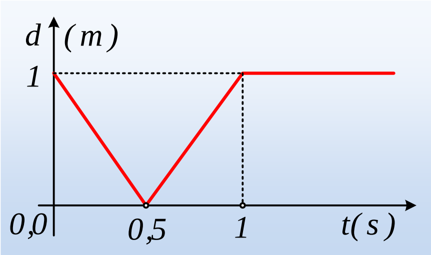
Δύο ελαστικές κρούσεις και ένα διάγραμμα.

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο και μπροστά από ένα κατακόρυφο τοίχο ηρεμούν δυο μικρές σφαίρες Α και Β απέχοντας μεταξύ τους κατά s. Σε μια στιγμή t=0, η Α μπάλα εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα $υ_ο$ με κατεύθυνση προς την σφαίρα Β, με την οποία συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά. Στη συνέχεια η σφαίρα Β κινούμενη κάθετα προς τον τοίχο, συγκρούεται ελαστικά μαζί του. Η γραφική παράσταση της απόστασης των δύο σφαιρών, σε συνάρτηση με το χρόνο, δίνεται στο διπλανό σχήμα. Οι δυο σφαίρες μετακινούνται χωρίς να περιστρέφονται.





i) Ποια η αρχική ταχύτητα $υ_ο$ της Α σφαίρας;

ii) Μετά τη χρονική στιγμή t_2=1s, η απόσταση των δύο σφαιρών παραμένει σταθερή με βάση το διάγραμμα. Πώς μπορεί να συμβαίνει αυτό;

iii) Αν η Α σφαίρα έχει μάζα m_1=0,1kg, να βρεθεί η μάζα της Β σφαίρας.

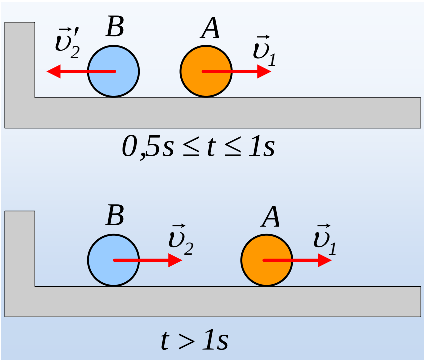
iv) Πόσο απέχει κάθε σφαίρα από τον τοίχο τη στιγμή t_3=2s;

Απάντηση:

i) Με βάση το διάγραμμα που μας δίνεται, η απόσταση των δύο σφαιρών, είναι αρχικά 1m και μειώνεται ώστε να μηδενιστεί τη στιγμή t_1=0,5s, τη στιγμή δηλαδή της κρούσης. Συνεπώς η Α σφαίρα διένυσε απόσταση s σε χρονικό διάστημα t_1, έχοντας ταχύτητα μέτρου:

$$\left|υ_o\right| = \frac{s}{t_1} = \frac{1m}{0,5s} = 2m/s$$

Προφανώς η ταχύτητα αυτή κατευθύνεται προς τα αριστερά, και, θεωρώντας την προς τα δεξιά κατεύθυνση θετική, η Α σφαίρα κινήθηκε αρχικά με σταθερή ταχύτητα $υ_ο$=-2m/s.



ii) Η απόσταση μεταξύ των δύο σφαιρών παραμένει σταθερή για t>1s, μόνο αν οι ταχύτητες των δύο σφαιρών είναι ίσες, αν δηλαδή τελικά οι σφαίρες κινούνται με ταχύτητες $υ_1$=$υ_2$. Αλλά μετά την κρούση μεταξύ τους, η Β σφαίρα θα κινηθεί προς τον τοίχο, (προς τα αριστερά) και μετά την ανάκλασή της στον τοίχο, θα αλλάξει κατεύθυνση, κινούμενη προς τα δεξιά. Αλλά τότε προς τα δεξιά θα πρέπει να κινείται και η Α σφαίρα μετά την κρούση της. (Σε αντίθετη περίπτωση θα επακολουθούσε και δεύτερη κρούση μεταξύ των δύο σφαιρών…). Στο διπλανό σχήμα, φαίνεται η κίνηση των σφαιρών μετά την κρούση των δύο σφαιρών (πάνω) και μετά την κρούση με τον τοίχο (κάτω).

iii) Για τις ταχύτητες της Β σφαίρας πριν και μετά την κρούση της με τον τοίχο, λόγω ελαστικής κρούσης ισχύει:

$$\left|\upsilon_2'\right| = \left|\upsilon_2\right|$$

Ενώ με βάση το προηγούμενο ερώτημα $\upsilon_1=\upsilon_2$, οπότε $\upsilon_2'=-\upsilon_1$ (1)

Αλλά για την ελαστική κρούση μεταξύ των σφαιρών έχουμε:

$$\upsilon_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_o \quad \text{και} \quad \upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_o \quad (2)$$

Και λόγω της (1) παίρνουμε:

$$\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_o = -\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_o \rightarrow$$

$$2m_1 = -m_1 + m_2 \rightarrow m_2 = 3m_1 = 0{,}3kg$$

iv) Από την εξίσωση (2) υπολογίζουμε τις ταχύτητες των σφαιρών, μετά την κρούση τους:

$$\upsilon_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_o = \frac{0{,}1kg - 0{,}3kg}{0{,}1kg + 0{,}3kg}(-2m/s) = 1m/s$$

$$\upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_o = \frac{2 \cdot 0{,}1kg}{0{,}1kg + 0{,}3kg}(-2m/s) = -1m/s$$

Αλλά τότε στο χρονικό διάστημα από 0,5s-1s η Β σφαίρα διανύει απόσταση d_2 μέχρι να συγκρουσθεί με τον τοίχο, όπου

$$\left|d_2\right| = \left|\upsilon_2'\right| \cdot \Delta t = 1m/s \cdot 0{,}5s = 0{,}5m$$

Έτσι τη στιγμή t_3=2s, η Β σφαίρα απέχει από τον τοίχο απόσταση:

$$x_2=\upsilon_2 \cdot \Delta t=\upsilon_2 \cdot (t_3-t_2)=1 \cdot 1m=1m$$

Οπότε η Α σφαίρα απέχει απόσταση από τον τοίχο:

$$x_1=x_2+d=1m+1m=2m.$$

Διαφορετικά:

Από 0,5s-2s η Α σφαίρα μετατοπίζεται κατά $\Delta x_1=\upsilon_1 \cdot \Delta t=1 \cdot 1{,}5m=1{,}5m$. Αλλά αφού η κρούση έγινε σε σημείο που απέχει d_2= 0,5m από τον τοίχο, η Α σφαίρα απέχει από αυτόν $x_1=d_2+\Delta x_1$ =2m.

dmargaris@gmail.com