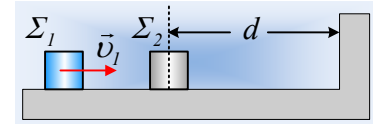


### Κρούσεις και μεταβολή της ορμής.

Ένα σώμα  $\Sigma_1$  μάζας 2kg κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα  $v_1=3\text{m/s}$  με διεύθυνση κάθετη σε κατακόρυφο τοίχο. Στην πορεία του συναντά δεύτερο σώμα  $\Sigma_2$  μάζας 1kg, το οποίο απέχει κατά  $d=6\text{m}$  από τον τοίχο. Τα δυο σώματα συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά. Αν το  $\Sigma_2$  συγκρούεται στη συνέχεια επίσης ελαστικά με τον τοίχο, ζητούνται:



- i) Οι ταχύτητες των σωμάτων  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  μετά την πρώτη κρούση τους.
- ii) Η απόσταση από τον τοίχο που θα πραγματοποιηθεί η δεύτερη κρούση μεταξύ των σωμάτων  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$ .
- iii) Η μεταβολή της ορμής του σώματος  $\Sigma_1$ , που οφείλεται:
  - α) στην πρώτη κρούση με το  $\Sigma_2$ .
  - β) στην δεύτερη μεταξύ τους κρούση.

Τα δυο σώματα θεωρούνται υλικά σημεία αμελητέων διαστάσεων (σε σχέση με τα 6m της απόστασης  $d$ !), αλλά και η διάρκεια των κρούσεων θεωρείται επίσης αμελητέα.

#### Απάντηση:

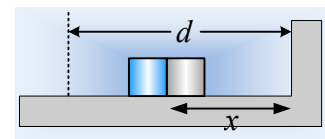
- i) Οι ταχύτητες των σωμάτων  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  μετά από κάθε κεντρική ελαστική κρούση, δίνονται από τις εξισώσεις:

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2 \quad (1) \quad \text{και} \quad v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_2 \quad (2)$$

Οπότε οι ταχύτητες των δύο σωμάτων μετά την πρώτη κρούση, αφού  $v_2=0$  και λαμβάνοντας ως θετική την προς τα δεξιά κατεύθυνση, είναι:

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 = \frac{2 - 1}{2 + 1} 3\text{m/s} = 1\text{m/s} \quad \text{και} \quad v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 = \frac{2 \cdot 2}{2 + 1} 3\text{m/s} = 4\text{m/s}$$

- ii) Με βάση τις παραπάνω ταχύτητες και τα δυο σώματα μετά την κρούση θα κινηθούν προς τα δεξιά. Το  $\Sigma_2$  θα συγκρουστεί με τον τοίχο και θα ανακλαστεί με ταχύτητα ίσου μέτρου, αφού η κρούση είναι ελαστική. Αλλά τότε αν τα σώματα συγκρουστούν για δεύτερη φορά σε απόσταση  $x$ , από τον τοίχο, θα έχουν διανύσει διαστήματα:



$$\text{Το } \Sigma_1: s_1 = v_1' t \quad (3) \quad \text{ενώ το } \Sigma_2: s_2 = d + x = v_2' t \quad (4)$$

Όμως με βάση το σχήμα  $s_1 + s_2 = (d-x) + d + x = 2d$  και με πρόσθεση κατά μέλη των (3) και (4) παίρνουμε:

$$2d = v_1' t + v_2' t \rightarrow t = \frac{2d}{v_1' + v_2'} = \frac{2 \cdot 6}{1 + 4} \text{s} = 2,4\text{s}$$

Και με αντικατάσταση στην (4):

$$d + x = v_2' t \rightarrow x = v_2' t - d = 4 \cdot 2,4\text{m} - 6\text{m} = 3,6\text{m}$$

- iii) Θεωρώντας την προς τα δεξιά κατεύθυνση θετική έχουμε:

α) για την πρώτη κρούση:

$$\Delta \vec{P}_1 = \vec{P}_{1,\mu} - \vec{P}_{1,\pi} \rightarrow$$

$$\Delta P_1 = m_1 v_1' - m_1 v_1 = 2(1-3) \text{kgm/s} = -4 \text{kgm/s}$$

β) μετά την δεύτερη κρούση το  $\Sigma_1$  έχει ταχύτητα:

$$v_1'' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1' + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2'$$

$$v_1'' = \frac{2-1}{2+1} 1 \text{m/s} + \frac{2 \cdot 1}{2+1} (-4) \text{m/s} = -\frac{7}{3} \text{m/s}$$

Έχει δηλαδή ταχύτητα προς τα αριστερά, οπότε η μεταβολή της ορμής του είναι:

$$\Delta \vec{P}_1 = \vec{P}_{1,\mu} - \vec{P}_{1,\pi} \rightarrow$$

$$\Delta P_1 = m_1 v_1'' - m_1 v_1' = 2 \left( -\frac{7}{3} - 1 \right) \text{kgm/s} = -\frac{20}{3} \text{kgm/s}$$

