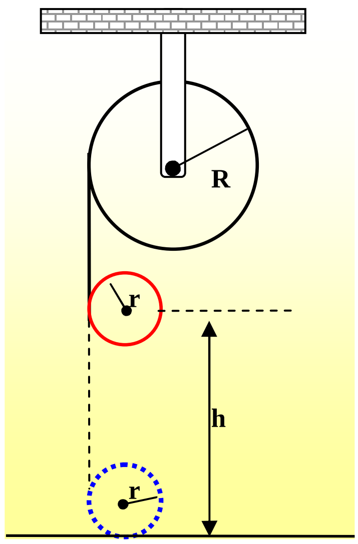
Γιο – Γιο σε Τροχαλία και μια Ολίσθηση που μετατρέπεται σε Κύλιση



Η μεγάλη τροχαλία του διπλανού σχήματος έχει μάζα M=4kg, ακτίνα R=0,2m και κρέμεται από σταθερό σημείο. Η μικρή τροχαλία έχει μάζα m=2kg και ακτίνα r=0,1m. Την t=0 αφήνεται να πέσει κατακόρυφα και το αβαρές νήμα ξετυλίγεται και από τις δύο τροχαλίες. Αν την t=0 το κέντρο μάζας της τροχαλίας απέχει από το έδαφος h = 1,6m.

Να βρεθούν:

α) Η τάση του νήματος, οι γωνιακές επιταχύνσεις των δύο τροχαλιών και η επιτάχυνση του κέντρου μάζας της μικρής τροχαλίας.

β) Ο χρόνος που χρειάζεται η τροχαλία να φτάσει στο δάπεδο. Πόσο σχοινί έχει ξετυλιχθεί από την κάθε τροχαλία την ίδια στιγμή;

γ) Ο ρυθμός με τον οποίο προσφέρεται ενέργεια στη μικρή τροχαλία καθώς και ο ρυθμός παραγωγής έργου σε αυτή την στιγμή t = 0,2s.

Τη στιγμή που φτάνει στο έδαφος η μικρή τροχαλία δεν αναπηδά κατακόρυφα στο έδαφος μέσω ειδικού μηχανισμού απόσβεσης που φέρει, ενώ ξετυλίγεται και όλο το σχοινί που είναι περασμένο γύρω από αυτή και το εγκαταλείπει. Στη συνέχεια κινείται ελεύθερη στο οριζόντιο επίπεδο με το οποίο εμφανίζει τριβή με το συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ δαπέδου και τροχαλίας να είναι μ = 0,2. Η τροχαλία συμπεριφέρεται σαν δίσκος. Να βρεθούν

δ) Ποια χρονική στιγμή θα ξεκινήσει ο δίσκος να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει και πόση είναι η ταχύτητα του κέντρου μάζας τη στιγμή αυτή;

ε) Πόση απόσταση διανύει ο δίσκος μέχρι να ξεκινήσει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει; Πόση γωνία διαγράφει ο δίσκος μέχρι να ξεκινήσει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει;

στ) Να γίνουν τα διαγράμματα της γωνιακής ταχύτητας, της ταχύτητας του κέντρου μάζας και της τριβής σε συνάρτηση με το χρόνο.

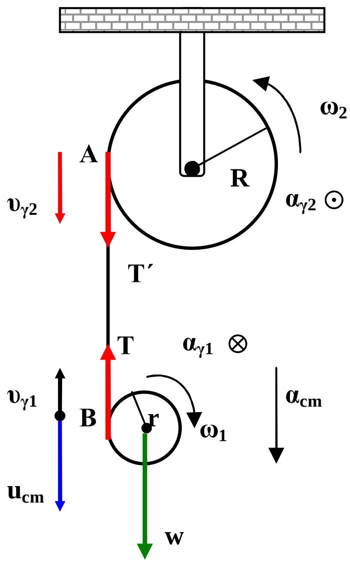
ζ) Πόση θερμότητα εκλύεται μέχρι ο δίσκος να ξεκινήσει κύλιση χωρίς ολίσθηση;

Οι τροχαλίες θεωρούνται κυλινδρικά σώματα με ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα περιστροφής τους $I_M = \frac{1}{2}MR^2$ και $I_m = \frac{1}{2}mr^2$ και g=10m/s^2.

Απάντηση

α) Επειδή το νήμα δεν ολισθαίνει στις τροχαλίες και παραμένει τεντωμένο, όλα τα σημεία του έχουν την ίδια ταχύτητα.

Το σημείο Α συμμετέχει μόνο στη στροφική κίνηση της τροχαλίας Μ και έτσι έχει ταχύτητα μόνο εξαιτίας της στροφικής κίνησης. Το σημείο Β συμμετέχει στη σύνθετη κίνηση της τροχαλίας m και έτσι θα έχει και μεταφορική και γραμμική ταχύτητα.



Οπότε:

$$\vec{u}_A = \vec{u}_B \Rightarrow \upsilon_{\gamma 2} = \upsilon_{cm} - \upsilon_{\gamma 1} \Rightarrow \upsilon_{cm} = \omega_2 R + \omega_1 r$$

Παραγωγίζοντας $\alpha_{cm} = \alpha_{\gamma 2} R + \alpha_{\gamma 1} r \quad (1)$

Εφαρμόζουμε το Θεμελιώδη Νόμο της Μηχανικής για τη Μεταφορική κίνηση της τροχαλίας m στον κατακόρυφο άξονα με θετική φορά την προς τα κάτω.

Τροχαλία m:

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a}_{cm} \xRightarrow{(+)\downarrow} mg - T = ma_{cm} \quad (2)$$

Εφαρμόζουμε το Θεμελιώδη Νόμο της Στροφικής Κίνησης για τη Στροφική κίνηση της τροχαλίας m (ροπή δημιουργεί μόνο η τάση T ενώ το βάρος της όχι).

$$\Sigma \vec{\tau} = \mathrm{I}_1 \vec{a}_{\gamma 1} \xRightarrow{(+)\otimes} Tr = \frac{1}{2} mr^2 a_{\gamma 1} \Rightarrow T = \frac{1}{2} mra_{\gamma 1} \Rightarrow ra_{\gamma 1} = \frac{2T}{m} \quad (3)$$

Εφαρμόζουμε το Θεμελιώδη Νόμο της Στροφικής Κίνησης για τη Στροφική κίνηση της τροχαλίας M (ροπή δημιουργεί μόνο η τάση T΄ ενώ το βάρος της και η δύναμη από τον άξονα στήριξης όχι).

Επειδή το νήμα είναι αβαρές και μη εκτατό και συνεχώς τεντωμένο ασκεί ίσου μέτρου τάσεις στα σώματα, που «ενώνει». $T' = T$

$$\Sigma \vec{\tau} = \mathrm{I}_2 \vec{a}_{\gamma 2} \xRightarrow{(+)\square} T'R = \frac{1}{2} MR^2 a_{\gamma 2} \xRightarrow{T'=T} T = \frac{1}{2} MRa_{\gamma 2} \Rightarrow Ra_{\gamma 2} = \frac{2T}{M} \quad (4)$$

$$(2) \xRightarrow{(1)} mg - T = m(a_{\gamma 1} r + a_{\gamma 2} R) \xRightarrow[(4)]{(3)} mg - T = m\left(\frac{2T}{m} + \frac{2T}{M}\right) \Rightarrow mg - T = 2T + \frac{2mT}{M} \Rightarrow$$

$$3T + \frac{2mT}{M} = mg \Rightarrow T\left(3 + \frac{2m}{M}\right) = mg \Rightarrow T\left(\frac{3M + 2m}{M}\right) = mg \Rightarrow T = \frac{Mmg}{3M + 2m}$$

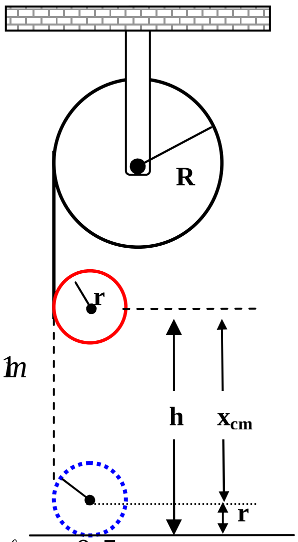
$$\Rightarrow T = \frac{4 \cdot 2 \cdot 10}{3 \cdot 4 + 2 \cdot 2} = \frac{80}{16} = 5N$$

$$(3) \Rightarrow a_{\gamma 1} = \frac{2T}{r \cdot m} = \frac{2 \cdot 5}{0,1 \cdot 2} = 50 r / s^2$$

$$(4) \Rightarrow a_{\gamma 2} = \frac{2T}{R \cdot M} = \frac{2 \cdot 5}{0,2 \cdot 4} = \frac{50}{4} = 12,5 r / s^2$$

$$(1) \Rightarrow a_{cm} = r \cdot \alpha_{\gamma 1} + R \cdot \alpha_{\gamma 2} = 0,1 \cdot 50 + 0,2 \cdot 12,5 \Rightarrow a_{cm} = 7,5 m / s^2$$

β) Η τροχαλία θα φτάσει στο δάπεδο την στιγμή που ακουμπά το κατώτερο σημείο της στο έδαφος. Το κέντρο μάζας της τροχαλίας διανύει απόσταση x_{cm}= h–r



$$x_{cm} = \frac{1}{2}a_{cm}\cdot t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2x_{cm}}{a_{cm}}} = \sqrt{\frac{2\cdot 1,5}{7,5}} = \sqrt{0.4} \Rightarrow t = 0.2\sqrt{10}s$$

Το σχοινί που έχει ξετυλιχθεί από την τροχαλία ακτίνας r είναι:

$$\ell_1 = r\cdot\theta_1 \Rightarrow \ell_1 = r\frac{1}{2}\alpha_{\gamma 1}t^2 = 0,1\cdot\frac{1}{2}50\cdot(0,2\sqrt{10})^2 = 2,5\cdot 0.4 \Rightarrow \ell_1 = 1m$$

Το σχοινί που έχει ξετυλιχθεί από την τροχαλία ακτίνας R είναι:

$$\ell_2 = R\cdot\theta_2 \Rightarrow \ell_2 = R\frac{1}{2}\alpha_{\gamma 2}t^2 = 0,2\cdot\frac{1}{2}12,5\cdot(0,2\sqrt{10})^2 = 1,25\cdot 0.4 \Rightarrow \ell_2 = 0,5m$$

Παρατηρούμε ότι $x_{cm} = \ell_1 + \ell_2$

γ) Στη μικρή τροχαλία το βάρος συνεισφέρει μόνο στη μεταφορική κίνηση της τροχαλίας προσφέροντας ενέργεια στη κίνηση αυτή. Η τάση Τ συμμετέχει και στις δύο κινήσεις αφαιρώντας ενέργεια ως δύναμη από τη μεταφορική κίνηση και προσφέροντας ενέργεια ως ροπή στη στροφική κίνηση.

Συνεπώς ο ρυθμός προσφοράς ενέργειας στην τροχαλία θα ισούται με το άθροισμα των ισχύων των δυνάμεων ή ροπών που μεταφέρουν ενέργεια στην τροχαλία.

Την t=0,2s : $\upsilon_{cm}=\alpha_{cm}t$ =7,5·0,2=1,5m/s και $\omega=\alpha_\gamma\cdot t$ =50·0,2=10r/s

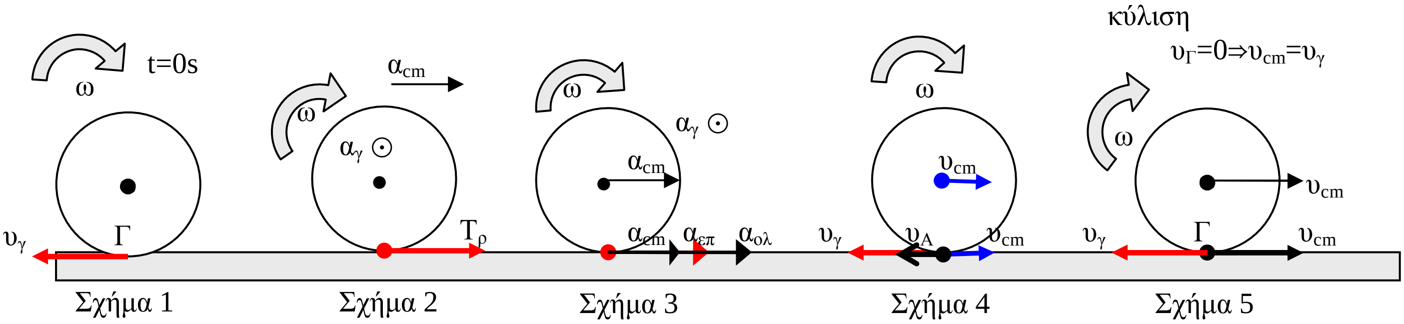
$$\frac{dE_{προσφ.}}{dt} = P_{προσφ.} = P_w + P_{\tau,T} = mgu_{cm} + Tr\omega_1 = 2\cdot 10\cdot 1,5 + 5\cdot 0,1\cdot 10 = 35J/s$$

Η τάση Τ αφαιρεί ενέργεια ως δύναμη με ρυθμό P_T= –T·υ_{cm}= –5·1,5 = –7,5J/s και έτσι αναμένουμε να μεταβιβάζονται τελικά 27,5 J/s

Ο ρυθμός παραγωγής έργου στην τροχαλία ισούται με το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας της τροχαλίας.

$$\frac{dW}{dt} = \frac{dK}{dt} = \left.\frac{dK}{dt}\right|_{ΜΕΤ} + \left.\frac{dK}{dt}\right|_{ΣΤΡ} = \Sigma F\cdot u_{cm} + \Sigma\tau\cdot\omega_1 = (mg - T)u_{cm} + Tr\omega_1 = 15\cdot 1,5 + 5\cdot 0,1\cdot 10 = 27,5J/s$$

δ) Τη στιγμή που ακουμπά στο δάπεδο η τροχαλία δεν έχει καθόλου μεταφορική ταχύτητα και η ταχύτητα του σημείου επαφής της με το οριζόντιο επίπεδο έχει ταχύτητα ίση με τη γραμμική με φορά προς τα αριστερά όπως φαίνεται στο σχήμα 1. Στο κατώτερο σημείο εμφανίζεται τριβή ολίσθησης με φορά προς τα δεξιά. Η τριβή επιταχύνει την μεταφορική κίνηση, ενώ παράλληλα δημιουργεί επιβραδύνουσα ροπή περί τον άξονα περιστροφής της τροχαλίας προκαλώντας αριστερόστροφη γωνιακή επιτάχυνση. Έτσι, το μέτρο της ταχύτητας u_{cm} αρχίζει να αυξάνεται και της γωνιακής ταχύτητας να μειώνεται.



Όταν $u_{cm}=\omega r$, η ολίσθηση θα μετατραπεί σε κύλιση. Από την στιγμή αυτή και μετά η τριβή καταργείται. Επειδή δεν υπάρχει άλλη δύναμη στον οριζόντιο άξονα, για να συνεχιστεί η κύλιση θα πρέπει να καταργηθεί η στατική τριβή αλλιώς θα συνεχιστεί η επιτάχυνση στην μεταφορική κίνηση και η επιβράδυνση στη στροφική. Οπότε μετά την κατάργηση της τριβής η κίνηση της τροχαλίας γίνεται ομαλή, δηλαδή η μεταφορική είναι ευθύγραμμη ομαλή και η στροφική επίσης ομαλή στροφική.

Προσοχή η επιτάχυνση του κέντρου μάζας και η γωνιακή επιτάχυνση στην περιστροφική κίνηση στο οριζόντιο δάπεδο αλλάζουν.

Για τη **μεταφορική** κίνηση ισχύει:

$$\Sigma\vec{F}=m\vec{a}_{cm}\overset{(+)\rightarrow}{\Longrightarrow}T_\rho=ma_{cm}\Rightarrow\mu\text{N}=ma_{cm}\Rightarrow\mu mg=ma_{cm}\Rightarrow a_{cm}=\mu g=0,2\cdot10\Rightarrow a_{cm}=2m/s^2 \quad (5)$$

Για την **περιστροφική** κίνηση ισχύει:

$$\Sigma\vec{\tau}=\text{I}\vec{a}_\gamma\overset{(+)\otimes}{\Longrightarrow}-T_\rho r=\text{I}a_\gamma\Rightarrow-\mu Nr=\frac{1}{2}mr^2a_\gamma\Rightarrow-\mu mgr=\frac{1}{2}mr^2a_\gamma\Rightarrow-\mu g=\frac{1}{2}ra_\gamma$$

$$\Rightarrow a_\gamma=\frac{-2\mu g}{r}=\frac{-2\cdot0,2\cdot10}{0,1}=-40r/s^2 \quad (6)$$

Παίρνουμε θετική φορά τη φορά της αρχικής ταχύτητας του σημείου επαφής και δουλεύουμε αλγεβρικά.

Η στιγμιαία τιμή της μεταφορικής ταχύτητας σε σχέση με το χρόνο, με θετική φορά προς τα αριστερά εκφράζεται από τη σχέση:

$$\vec{\upsilon}_{cm}=\vec{a}_{cm}\cdot t\overset{\overset{(+)}{\leftarrow}}{\Longrightarrow}\upsilon_{cm}=-2t \quad (7)$$

Η στιγμιαία τιμή της γωνιακής ταχύτητας σε σχέση με το χρόνο εκφράζεται:

$$\omega = \omega_0 - |a_\gamma| \cdot t \Rightarrow \omega = 10\sqrt{10} - 40t \Rightarrow \upsilon_{\gamma A} = \omega r = \sqrt{10} - 4t \qquad (8)$$

Η ταχύτητα του εκάστοτε σημείου επαφής Γ τροχαλίας – δαπέδου αλγεβρικά εκφράζεται από τη σχέση:

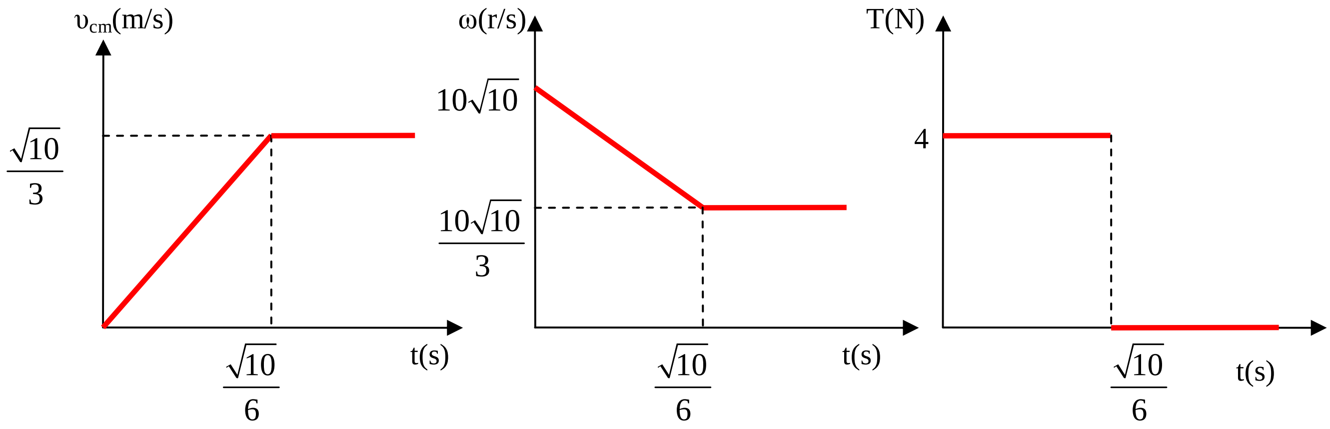
$$\upsilon_\Gamma = \upsilon_{\gamma\Gamma} + \upsilon_{cm} \Rightarrow \upsilon_\Gamma = \sqrt{10} - 4t - 2t \Rightarrow \upsilon_\Gamma = \sqrt{10} - 6t \qquad (9)$$

Η τροχαλία θα αρχίσει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει τη στιγμή που η ταχύτητα του σημείου επαφής Γ τροχαλίας – δαπέδου θα μηδενιστεί

$$\upsilon_\Gamma = 0 \Rightarrow \sqrt{10} - 6t = 0 \Rightarrow t = \frac{\sqrt{10}}{6}\,\text{s}$$

ε) $x_{cm} = \frac{1}{2} a_{cm} t^2 = t^2 \xRightarrow{t=\sqrt{10}/6} x_{cm} = 5/8m$

$$\theta = \omega_0 t - \frac{1}{2} a_\gamma t^2 = 10\sqrt{10}t - \frac{1}{2} 40t^2 \xRightarrow{t=\sqrt{10}/6s} \theta = 100/9rad$$



στ) $|\upsilon_{cm}| = 2t \xRightarrow{t=\sqrt{10}/6s} \upsilon_{cm} = \frac{\sqrt{10}}{3} m/s$

$$\text{και } \omega = \frac{u_{cm}}{r} = \frac{10\sqrt{10}}{3} r/s$$

Από τη στιγμή που μηδενίζεται η ταχύτητα του σημείου επαφής και μετά η γωνιακή ταχύτητα και η ταχύτητα του κέντρου μάζας μένουν σταθερές. Το σώμα θα κινηθεί μεταφορικά ευθύγραμμα ομαλά με την ταχύτητα που αποκτά την t=$\frac{\sqrt{10}}{6}$ s δηλ. υ_{cm}=$\frac{\sqrt{10}}{3} m/s$ και στροφικά θα στρέφεται ομαλά κυκλικά με ταχύτητα $\omega = \frac{10\sqrt{10}}{3} r/s$.

ζ)

Η τριβή στη στροφική κίνηση αφαιρεί ενέργεια μέσω του έργου της ροπής της ίσο με

$$W_\tau = -\tau \cdot \theta = -T \cdot r \cdot \theta = -4 \cdot 0{,}1 \cdot 100/9J = -40/9J$$

Στη μεταφορική κίνηση το έργο της τριβής είναι θετικό και ίσο με

$$W_T = +Tx_{cm} = +4 \cdot 5/8 = 10/9J$$

Με βάση τα παραπάνω συμπεραίνουμε ότι η τριβή αφαιρεί στροφική κινητική ενέργεια 40/9J από την τροχαλία, από τα οποία τα 10/9J τα μετατρέπει σε μεταφορική κινητική ενέργεια και τα υπόλοιπα –30/9J = –10/3J μετατρέπονται σε θερμότητα.

Σχόλια

1. Στο γ ερώτημα

Ο ρυθμός παραγωγής έργου στην τροχαλία R ισούται με το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας της τροχαλίας.

$$\frac{dW}{dt} = \frac{dK}{dt} = \left.\frac{dK}{dt}\right|_{\text{ΜΕΤ}} + \left.\frac{dK}{dt}\right|_{\text{ΣΤΡ}} = 0 + \Sigma\tau \cdot \omega_2 = T' R\omega_2 = 5 \cdot 0{,}2 \cdot 2{,}5 = 2{,}5J/s$$

Η τάση Τ ως δύναμη αφαιρεί ενέργεια από τη μικρή τροχαλία με ρυθμό $P_T = -T \cdot \upsilon_{cm} = -5 \cdot 1{,}5 = -7{,}5J/s$, ενώ ως ροπή προσφέρει $P\tau_{,T} = T \cdot r \cdot \omega_1 = 5J/s$. Έτσι τελικά αφαιρούνται 2,5J/s και μέσω της τάσης Τ΄ μεταβιβάζονται στην μεγάλη τροχαλία. $P\tau_{,T'} = T' \cdot R \cdot \omega_2 = 5 \cdot 0{,}2 \cdot 2{,}5 = 2{,}5J/s$

Ο ρυθμός μεταβολής της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας της μικρής τροχαλίας είναι:

$$\frac{dU_{\beta\alpha\rho.}}{dt} = -\vec{w} \cdot \vec{u}_{cm} \overset{(+)\downarrow}{\Rightarrow} \frac{dU_{\beta\alpha\rho.}}{dt} = -20 \cdot 1{,}5 = -30J/s.$$

Ουσιαστικά αυτό μας λέει ότι οι κινητικές ενέργειες των τροχαλιών προέρχονται από τη μείωση της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας της μικρής τροχαλίας. Δηλ. ο τροφοδότης του συστήματος είναι η διαθέσιμη βαρυτική ενέργεια της μικρής τροχαλίας η μείωση της οποίας γίνεται κινητική ενέργεια στη μικρή και στη μεγάλη τροχαλία. Αυτό γίνεται μέσω της δύναμης του βάρους w_m και των τάσεων T και T΄.

$$\left.\frac{|dU_{\beta\alpha\rho.}|}{dt}\right|_m = \left.\frac{dK}{dt}\right|_m + \left.\frac{dK}{dt}\right|_M = 27{,}5J/s + 2{,}5J/s = 30J/s$$

2. Στο δ ερώτημα θα μπορούσαμε να πάρουμε θετική φορά της προς τα δεξιά δηλ. αυτή των επιταχύνσεων. Τότε θα είχαμε $\vec{\upsilon}_{cm} = \vec{a}_{cm} \cdot t \overset{(+)}{\Longrightarrow} \upsilon_{cm} = 2t$

Η στιγμιαία τιμή της γωνιακής ταχύτητας σε σχέση με το χρόνο εκφράζεται:

$\upsilon_{\gamma A} = -\upsilon_{\gamma 0} + \alpha_\varepsilon t \Rightarrow -\sqrt{10} + 4t$

Η ταχύτητα του εκάστοτε σημείου επαφής Γ τροχαλίας – δαπέδου αλγεβρικά εκφράζεται από τη σχέση:

$\upsilon_\Gamma = \upsilon_{cm} + \upsilon_{\gamma\Gamma} \Rightarrow \upsilon_\Gamma = 2t + 4t - \sqrt{10} \Rightarrow \upsilon_\Gamma = 6t - \sqrt{10}$

Η τροχαλία θα αρχίσει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει τη στιγμή που η ταχύτητα του σημείου επαφής Γ τροχαλίας – δαπέδου θα μηδενιστεί $\upsilon_\Gamma = 0 \Rightarrow 6t - \sqrt{10} = 0 \Rightarrow t = \frac{\sqrt{10}}{6}s$

ή

η γραμμική ταχύτητα του σημείου επαφής είναι $\upsilon_{\gamma A} = \upsilon_{\gamma 0} - \alpha_\varepsilon t \Rightarrow \sqrt{10} - 4t$ και του κέντρου μάζας $\upsilon_{cm} = 2t$. Όταν οι ταχύτητες του κέντρου μάζας και της επιτρόχιας έχουν ίδια τιμή θα ξεκινήσει η κύλιση. $\upsilon_{\gamma A} = \upsilon_{cm} \Rightarrow \sqrt{10} - 4t = 2t \Rightarrow 6t = \sqrt{10} \Rightarrow t = \frac{\sqrt{10}}{6}s$

Θα πρέπει να επισημάνουμε ότι **αν δουλεύουμε αλγεβρικά όπως λύσαμε αρχικά το ερώτημα έχουμε το πλεονέκτημα ότι βρίσκουμε το χρόνο που ξεκινάει η κύλιση μηδενίζοντας την ταχύτητα του σημείου επαφής, ακόμη και αν μία κίνηση άλλαζε φορά.** Π.χ, σταματούσε στιγμιαία το σώμα μεταφορικά και άλλαζε κατεύθυνση ή μηδενιζόταν η γωνιακή ταχύτητα και άλλαζε φορά περιστροφής και στη συνέχεια να υπάρξει κύλιση. Σε αυτή την περίπτωση δεν απαιτείται να βρούμε ποια κίνηση μηδενίζεται αρχικά και μετά να μελετήσουμε το πρόβλημα αλλάζοντας τις εξισώσεις.

3. στο ζ ερώτημα θα μπορούσαμε να βρούμε τη θερμότητα και ως εξής:

Β΄ τρόπος

Γιατί είναι τόση η θερμική ενέργεια;

Κατά την περιστροφή του δίσκου ήρθαν σε επαφή με το έδαφος τα σημεία της περιφέρειάς του μήκους $\Delta s=\theta\cdot r= 100\cdot 0{,}1/9m = 10/9m$, αφού η οριζόντια μετατόπιση του δίσκου είναι $x_{cm} =5/18$ m, ο κύλινδρος γλίστρησε (σπίναρε ολισθαίνοντας) κατά:

$X_\Gamma = \Delta s - x_{cm} = 10/9 - 5/18 = 15/18=5/6m$

Εξαιτίας αυτής της ολίσθησης παράγεται θερμότητα:

$Q= |T\cdot x_\Gamma| = 4\cdot 15/18= 30/9=10/3J$

Γ΄ τρόπος

Αλλιώς η συνολική επιτάχυνση του σημείου επαφής είναι: $\alpha_\Gamma =\alpha_\varepsilon+\alpha_{cm} = 4+2 = 6m/s^2$

Και έτσι η μετατόπισή του σημείου επαφής θα είναι:

$X_\Gamma= u_{0\Gamma}\cdot t - ½\, \alpha_\Gamma \cdot t^2 \Rightarrow \sqrt{10} \cdot \sqrt{10}/6 - 1/2 \cdot 6\cdot (\sqrt{10}/6)^2 =5/6m$

Οπότε η μηχανική ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμική είναι:

$\boldsymbol{Q} = |T\cdot X_1|= 4N\cdot 5/6m= 20/6=10/3J$

Δ΄ τρόπος

Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ε

$$E_{\mu\eta\chi}^{\alpha\rho\chi} + E_{\pi\rho o\sigma\varphi.} - \left|E_{\alpha\pi\omega\lambda.}\right| = E_{\mu\eta\chi}^{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow K_{\sigma\tau\rho}^{\alpha\rho\chi} + \cancel{K}_{\mu\varepsilon\tau}^{\alpha\rho\chi} + \cancel{U}_{\alpha\rho\chi} + \cancel{E}_{\pi\rho o\sigma\varphi.} - |Q| = K_{\sigma\tau\rho}^{\tau\varepsilon\lambda} + K_{\mu\varepsilon\tau}^{\tau\varepsilon\lambda} + \cancel{U}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow$$

$$K_{\sigma\tau\rho}^{\alpha\rho\chi} - |Q| = K_{\sigma\tau\rho}^{\tau\varepsilon\lambda} + K_{\mu\varepsilon\tau}^{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} I\omega_0^2 - |Q| = \frac{1}{2} I\omega_{\tau\varepsilon\lambda}^2 + \frac{1}{2} m\cdot\upsilon_{cm}^2 \Rightarrow \frac{1}{2}\frac{1}{2}\, 2\cdot 0{,}1^2 \left(10\sqrt{10}\right)^2 - |Q| = \frac{1}{2}\frac{1}{2}\, 2\cdot 0{,}1^2 \left(\frac{10\sqrt{10}}{3}\right)^2 + \frac{1}{2}\, 2\cdot\left(\frac{\sqrt{10}}{3}\right)^2 \Rightarrow$$

$$5 - |Q| = \frac{5}{9} + \frac{10}{9} \Rightarrow |Q| = 30/9 = 10/3J$$

Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους…

Επιμέλεια:

Χ. Αγριόδημας