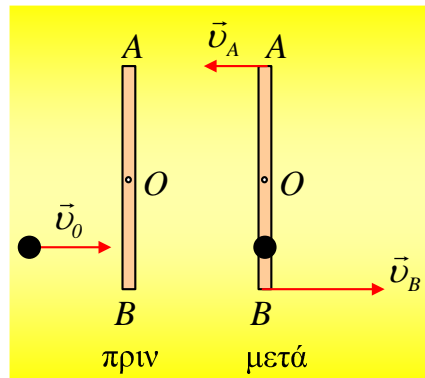


### Πού βρίσκεται το κέντρο μάζας;

Μια ομογενής ράβδος μάζας  $m$  και μήκους  $\ell = 6\text{m}$  ηρεμεί σε οριζόντια θέση σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Ένα σώμα  $\Sigma$  μάζας επίσης  $m$  που θεωρείται υλικό σημείο κινείται με ταχύτητα  $v_0 = 20\text{m/s}$ , σε διεύθυνση κάθετη στη ράβδο και προσκολλάται σε αυτήν. Αμέσως μετά την κρούση τα άκρα της ράβδου έχουν ταχύτητες μέτρων  $v_A = 6\text{m/s}$  και  $v_B = 18\text{m/s}$ , όπως στο σχήμα.



Να βρεθούν:

- i) Η ταχύτητα του κέντρου μάζας  $K$ .
- ii) Η θέση του κέντρου μάζας  $K$  γύρω από το οποίο στρέφεται το σύστημα μετά την κρούση.
- iii) Σε πόση απόσταση  $z$  από το άκρο  $B$  έχει προσκολληθεί το σώμα  $\Sigma$ ;

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της  $I = \frac{1}{12}m\ell^2$ .

#### Απάντηση:

- i) Εφαρμόζουμε για την κρούση την Α.Δ.Ο. και έχουμε:

$$\begin{aligned}\vec{P}_{\text{πριν}} &= \vec{P}_{\text{μετά}} \\ m v_0 &= (m+m) \cdot v_K \rightarrow \\ v_K &= \frac{v_0}{2} = 10\text{m/s}\end{aligned}$$

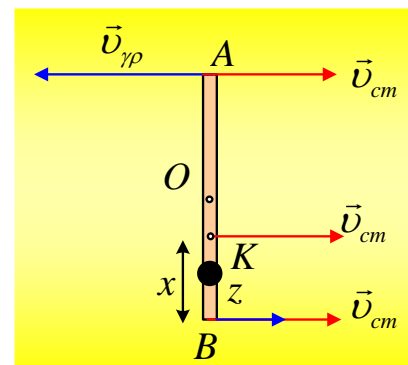
- ii) Έστω  $K$  το κέντρο μάζας του συστήματος, που απέχει κατά  $x$  από το άκρο  $B$ . Το σύστημα εκτελεί σύνθετη κίνηση. Μεταφορική με  $v_{\text{cm}} = 10\text{m/s}$  και μια στροφική γύρω από το κέντρο μάζας  $K$ , με γωνιακή ταχύτητα  $\omega$ . Έτσι τα άκρα  $A$  και  $B$  της ράβδου, έχουν τις ταχύτητες που φαίνονται στο σχήμα. Για τις οποίες ισχύει:

$$\begin{aligned}v_B &= v_{\text{cm}} + v_{\gamma\rho} \rightarrow \\ v_B &= v_{\text{cm}} + \omega \cdot x \quad (1) \\ v_A &= v_{\gamma\rho} - v_{\text{cm}} \rightarrow\end{aligned}$$

$$v_A = \omega \cdot (\ell - x) - v_{\text{cm}} \quad (2)$$

Από (1) και (2) με πρόσθεση κατά μέλη παίρνουμε:

$$v_A + v_B = \omega \cdot \ell \rightarrow$$



και με αντικατάσταση  $\omega=4\text{rad/s}$ .

Με αντικατάσταση στην (1) βρίσκουμε  $x=2\text{m}$ .

iii) Εφαρμόζουμε για την κρούση την αρχή διατήρησης της στροφορμής (ΑΔΣ), ως προς το κέντρο μάζας Κ και παίρνουμε:

$$\vec{L}_{\text{αρχ}} = \vec{L}_{\text{τελ}} \rightarrow$$

$$mv_0(x-z) = I\omega \rightarrow$$

$$mv_0(x-z) = \left[ \frac{1}{12}m\ell^2 + m\left(\frac{\ell}{2} - x\right)^2 + m(x-z)^2 \right] \cdot \omega$$

και με αντικατάσταση  $z=1\text{m}$ .

**Υλικό Φυσικής - Χημείας.**

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια

*Διονύσης Μάργαρης*