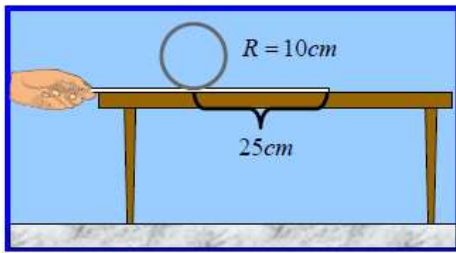


Τραβάω το χαρτόνι και ο κύλινδρος βρίσκεται στο δάπεδο.

Τραβάω το χαρτόνι με σταθερή επιτάχυνση 4 m/s^2 .



Ο κοίλος, με λεπτό τοίχωμα, κύλινδρος δεν θα ολισθήσει ούτε στο χαρτόνι, ούτε στο τραπέζι.

1. Με ποια επιτάχυνση και ποια γωνιακή επιτάχυνση θα κινηθεί;
2. Όταν θα βρεθεί στο τραπέζι πόση είναι η ταχύτητά του και πόση η γωνιακή του ταχύτητα;
3. Ποια θα είναι η τελική του ταχύτητα;

4. Πόση η απώλεια μηχανικής ενέργειας και πόσο έργο πρόσφερε το χέρι αν η μάζα του χαρτονιού είναι αμελητέα;

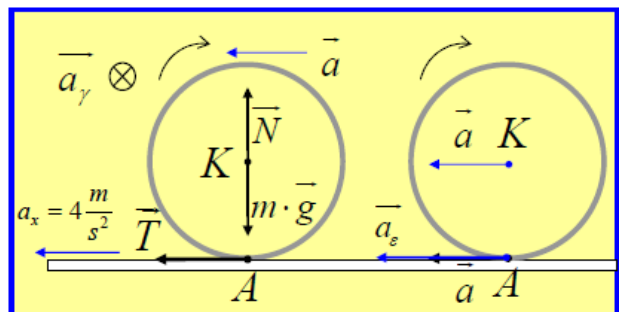
$$\left(m = 1\text{kg}, \mu = 0,5, g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right)$$

Απάντηση:

1. Η τριβή αναγκάζει τον κύλινδρο να περιστραφεί δεξιόστροφα. Δεν παρατηρείται ολίσθηση οπότε το σημείο A έχει την ίδια επιτάχυνση με το χαρτόνι.

Δηλαδή:

$$a + a_\gamma R = a_x \quad (1)$$



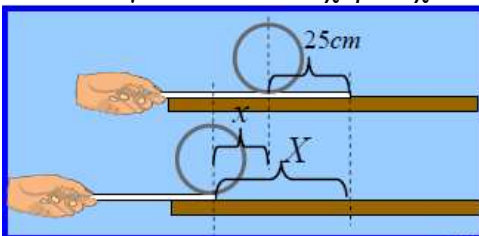
Οι δυνάδα των θεμελιωδών νόμων δίνει:

$$T = m \cdot a \quad (1) \quad \sum \tau = I \cdot a_\gamma \Rightarrow T \cdot R = m \cdot R^2 a_\gamma \Rightarrow T = m \cdot R \cdot a_\gamma \quad (3)$$

Από τις (1), (2), (3) $\Rightarrow m \cdot a = m \cdot a_x - m \cdot a \Rightarrow a = \frac{a_x}{2} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

$$(1) a_\gamma = \frac{a_x - a}{R} = 20 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

2. Όταν εγκαταλείπει το χαρτί έχει κινηθεί προς τα αριστερά αλλά λιγότερο από το χαρτόνι.



Για τις μετατοπίσεις χεριού και κυλίνδρου έχουμε:

$$x = \frac{1}{2} a \cdot t^2 \quad \text{και} \quad X = \frac{1}{2} a_x \cdot t^2$$

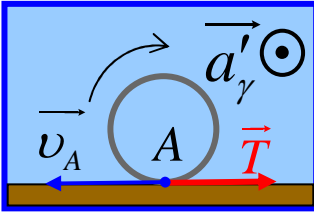
Είναι φανερό το ότι $X - x = 0,25\text{m}$

$$\frac{1}{2} a_x \cdot t^2 - \frac{1}{2} a \cdot t^2 = 0,25\text{m}$$

$$\Rightarrow (a_x - a)t^2 = \frac{1}{2} m \Rightarrow t = 0,5\text{s}$$

Έχει ταχύτητα προς τα αριστερά μέτρου $v = a \cdot t = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ και γωνιακή ταχύτητα $\omega = a_\gamma \cdot t = 10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

Το αστείο είναι ότι $v = \omega \cdot R$ αλλά στρέφεται δεξιόστροφα. Μην συμπεράνετε ότι αυτό θα συμβεί σε κάθε σώμα π.χ. σε συμπαγή κύλινδρο ή σφαίρα.

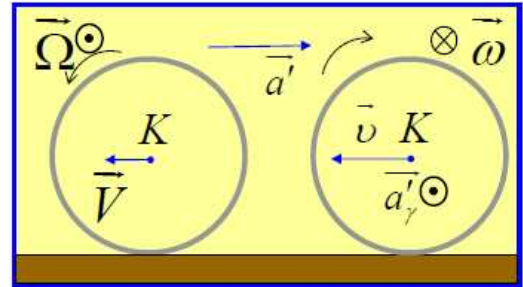


3. Όταν βρίσκεται στο τραπέζι περιστρέφεται δεξιόστροφα και κινείται αριστερόστροφα. Το σημείο A έχει σαφέστατα την σχεδιασθείσα ταχύτητα και η τριβή αποκτά φορά προς τα δεξιά. Επιβραδύνει και τις δύο κινήσεις. Και την μεταφορική και την στροφική.

Η τριβή είναι τριβή ολίσθησης και είναι:

$$T = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g$$

$$a' = \frac{T}{m} = \mu \cdot g \quad (4)$$



Και

$$a'_\gamma = \frac{T \cdot R}{I} = \frac{\mu \cdot m \cdot g \cdot R}{m \cdot R^2} = \frac{\mu \cdot g}{R} \quad (5)$$

Και τώρα ας γράψουμε τις εξισώσεις. Υπάρχει ένα προβληματάκι διότι η γωνιακή ταχύτητα αλλάζει φορά. Άλλο από 20 rad/s προς τα μέσα να γίνει π.χ. 5 rad/s προς τα μέσα και άλλο να γίνει 5 rad/s προς τα έξω. Ας ορίσουμε λοιπόν θετική φορά για ταχύτητες και επιταχύνσεις αυτήν προς τα αριστερά ενώ για γωνιακές ταχύτητες αυτήν προς τα μέσα. Συνηθίζεται το αντίθετο αλλά δεν πειράζει.

Έτσι

$$V = v - a \cdot t = v - \mu \cdot g \cdot t \quad (6)$$

Και

$$\Omega = \omega - a'_\gamma \cdot t = \omega - \frac{\mu \cdot g}{R} t \quad (7)$$

Όμως η ολίσθηση δεν συνεχίζεται επ' άπειρον. Κάποια στιγμή $V = \Omega \cdot R$. Ή μήπως $V = -\Omega \cdot R$

$$v - \mu \cdot g \cdot t = - \left[\omega - \frac{\mu \cdot g}{R} t \right] R \Rightarrow v - \mu \cdot g \cdot t = -\omega \cdot R + \mu \cdot g \cdot t \Rightarrow 2\mu \cdot g \cdot t = v + \omega \cdot R$$

$$\Rightarrow t = \frac{v + \omega \cdot R}{2\mu \cdot g} = 0,2s$$

Η τελική ταχύτητα είναι

$$V = v - \mu \cdot g \cdot t = 1 - 1 = 0$$

Φυσικά και $\Omega = -\frac{V}{R} = 0$

Ακίνητο δηλαδή.

4. Όταν ακουμπά στο τραπέζι έχει ενέργεια:

$$K_{αρχ} = \frac{1}{2} m \cdot v^2 + \frac{1}{2} I \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} m \cdot v^2 + \frac{1}{2} m \cdot R^2 \cdot \omega^2 = 1J$$

Στο τέλος έχει ενέργεια μηδενική διότι ακινητοποιείται. Η απώλεια επομένως είναι 1J.

Το έργο της δύναμης του χεριού είναι ίσο με την αρχική κινητική ενέργεια του σωλήνα διότι η μάζα του χαρτιού είναι αμελητέα.

Ας το δούμε και αλλιώς. Το χαρτόνι δέχεται την αντίδραση της τριβής. Η δύναμη από το χέρι πρέπει απλώς να εξουδετερώνει την αντίδραση αυτήν διότι το χαρτόνι δεν έχει μάζα. Οπότε:

$$F = T = m \cdot a = 2N$$

Το χαρτόνι μετακινείται κατά $X = \frac{1}{2} a_x \cdot t^2 = 0,5m$

Το παραγόμενο έργο είναι $W = F \cdot x = 1J$

Ερώτηση μπόνους:

Πόσο μετατοπίστηκε το σώμα στο τραπέζι μέχρι να σταματήσει;

Αφού κινείται με επιβράδυνση $\mu \cdot g = 5 \frac{m}{s^2}$ και σταματά σε $0,2s$ διανύει απόσταση

$$x' = v \cdot t - \frac{1}{2} a' \cdot t^2 = 0,1m$$

Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια

Κυριακόπουλος Γιάννης